

РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ  
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ – ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА  
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ – 30 април 2011 г.

**Верният отговор на всяка задача от 1. до 15. включително се оценява с 1 точка.**

1. Стойността на израза  $(2a+3)^2 - 4|a-1| + (3-2a)(2a+3)$  при  $a = \frac{3}{4}$  е равна на:

- А)  $-13$                       Б)  $\frac{15}{4}$                       В)  $26$                       Г)  $\frac{53}{4}$

2. Ако  $x - y = 1$  и  $y^2 - x^2 = -9$ , то сборът  $x + y$  е равен на:

- А)  $1$                       Б)  $-1$                       В)  $9$                       Г)  $-9$

3. Намерете всички решения на уравнението  $|5x - 7| = 7 - 5x$ .

- А)  $x = -\frac{7}{5}$                       Б)  $x = 0$                       В)  $x = 0$  и  $x = \frac{7}{5}$                       Г) друг отговор

4. При разлагане на множители на израза  $8x^3 + 12x^2y - 2xy^2 - 3y^3$  един от множителите може да е:

- А)  $2x + y$                       Б)  $4x - 3y$                       В)  $4x + 3y$                       Г)  $2x - 3y$

5. Коренът на уравнението  $\frac{3x-2}{2} - 3 = \frac{4x+1}{5}$  е равен на:

- А)  $-6$                       Б)  $6$                       В)  $\frac{2}{3}$                       Г)  $-\frac{2}{3}$

6. Намерете броя на различните числа, които са решения на уравнението:

$$(x-1)(x-2)(x-3) = (x-3)(x-4)(x-5).$$

- А)  $0$                       Б)  $1$                       В)  $2$                       Г) повече от  $2$

7. Ако  $2\left|x - \frac{1}{2}\right| - 3|1 - 2x| = -8$ , то

- А)  $x = -1,5$  или  $x = 2,5$                       Б)  $x = 1,5$  или  $x = -2,5$   
В)  $x = -3,5$  или  $x = 4,5$                       Г)  $x = 3,5$  или  $x = -4,5$

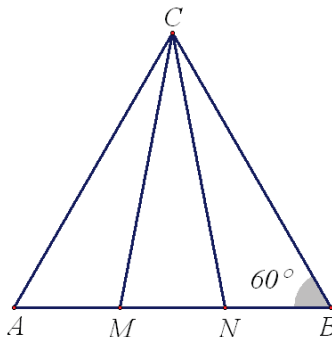
8. Ани намислила едно число, извадила го от  $12$  и повдигнала резултата на квадрат. Получила  $81$ . Кое от посочените числа е възможно да е намислила Ани?

- А)  $9$                       Б)  $15$                       В)  $21$                       Г)  $27$

9. Ако увеличи широчината на един правоъгълник с 20% и намали дължината му с 10%, ще получи квадрат. Ако обиколката на началния правоъгълник е 84 см, на колко кв.см е равно лицето му?

- А) 432                      Б) 324                      В) 234                      Г) друг отговор

10. Точките  $M$  и  $N$  са разположени върху страната  $AB$  на  $\triangle ABC$  така, че  $AM = BN$  и  $CM = CN$ . Ако  $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ , намерете градусната мярка на  $\sphericalangle ACB$ .

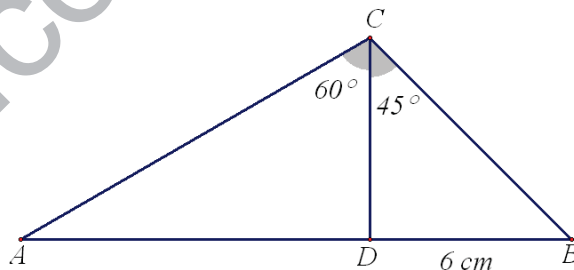


- А)  $45^\circ$                       Б)  $75^\circ$   
 В) данните са недостатъчни  
 Г) друг отговор

11. Разликата на два съседни ъгъла е  $40^\circ$ . По-малкият от тези ъгли е равен на:

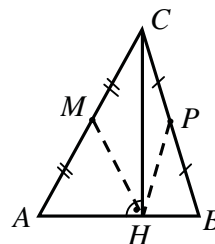
- А)  $70^\circ$                       Б)  $50^\circ$                       В)  $25^\circ$                       Г) друг отговор

12. В  $\triangle ABC$  отсечката  $CD$  ( $D \in AB$ ) е височина,  $\sphericalangle ACD = 60^\circ$  и  $\sphericalangle BCD = 45^\circ$ . Ако  $BD = 6\text{ cm}$ , каква е дължината на  $AC$ ?



- А) 9 cm                      Б) 10 cm                      В) 12 cm  
 Г) данните са недостатъчни

13. В остроъгълния  $\triangle ABC$  е построена височината  $CH$  ( $H \in AB$ ). Точките  $M$  и  $P$  са средите съответно на страните  $AC$  и  $BC$ . Ако  $\sphericalangle ABC + \sphericalangle BAC = 125^\circ$ , то градусната мярка на  $\sphericalangle MHP$  е:



- А)  $45^\circ$                       Б)  $55^\circ$                       В)  $65^\circ$   
 Г) данните са недостатъчни

14. Кое от посочените числа не може да е равно на произведението от цифрите на едно трицифрено число?

- А) 164                      Б) 168                      В) 180                      Г) 192

15. Правите, съдържащи две от ъглополовящите на един триъгълник, образуват ъгъл, равен на  $38^\circ$ . На колко градуса е равен най-големият ъгъл в този триъгълник?

- А)  $104^\circ$                       Б)  $112^\circ$                       В)  $142^\circ$                       Г)  $161^\circ$



25. Две спирки са на разстояние 1 км една от друга. По разписание тролейт трябва да се движи с 40 км/ч между тях. Той обаче пристигнал на първата спирка с 1 минута закъснение, поради което там се събрали повече хора и качването им отнело 27 секунди повече от предвиденото по разписание. С колко км/ч би трябвало да се движи тролейт, за да пристигне на следващата спирка точно по разписание?

- А) 60                      Б)  $66\frac{2}{3}$                       В) 80                      Г) 1200

26. Катер изминава 60 километра по течението на една река за 3 часа и 45 минути. Скоростта на течението на реката е 3 км/ч. Същият катер ще измине 52 километра срещу течението на тази река за:

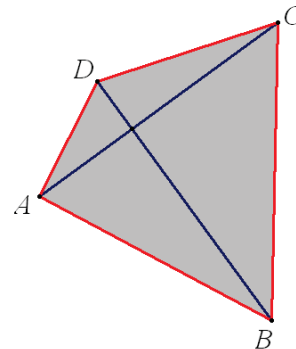
- А) 4 часа                      Б) 5 часа и 20 минути                      В) 5 часа                      Г) 5 часа и 12 минути

27. Коя е най-малката цяла стойност на параметъра  $a$ , при която сборът от корените на уравненията  $\frac{2x-a}{2} = a+2$  и  $\frac{3x-a}{2} = 2-a$  е по-голям от 1?

- А) -1                      Б) -2                      В) -3                      Г) друг отговор

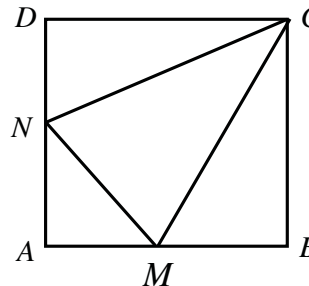
28. Даден е четириъгълник  $ABCD$  с перпендикулярни и равни диагонали. Ако лицето на  $ABCD$  е  $32\text{cm}^2$ , то дължината на всеки от диагоналите е равна на:

- А) 4,5 cm                      Б) 6 cm  
В) 8 cm                      Г) 12,5 cm



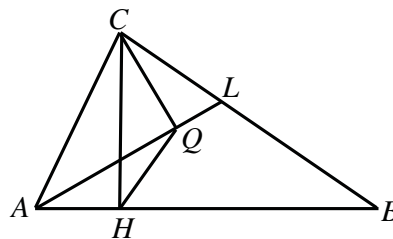
29. В квадрат  $ABCD$  точките  $M$  и  $N$  са средите съответно на страните  $AB$  и  $AD$ . Отношението на лицата на триъгълниците  $AMN$  и  $NMC$  е:

- А) 1:2                      Б) 1:4                      В) 2:3                      Г) 1:3



30. Даден е правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ). Ъглополовящата на  $\sphericalangle BAC$  пресича  $BC$  в точка  $L$ . Височината на  $\triangle ABC$ , спусната от върха  $C$ , пресича  $AB$  в точка  $H$ . Височината на  $\triangle ALC$ , спусната от върха  $C$ , пресича  $AL$  в точка  $Q$ . Да се намери мярката на  $\sphericalangle CHQ$ , ако  $AH = CQ$ .

- А)  $18^\circ$                       Б)  $24^\circ$                       В)  $30^\circ$                       Г)  $36^\circ$

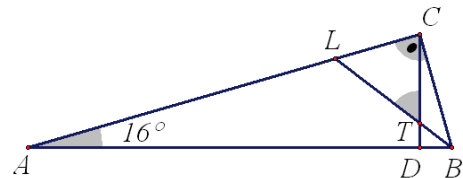


31. В равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) ъглите при основата  $AB$  са равни на  $20^\circ$ . Ъгълът между правите, съдържащи височините на триъгълника от върховете при основата, е равен на:

- А)  $20^\circ$                       Б)  $35^\circ$                       В)  $50^\circ$                       Г) друг отговор

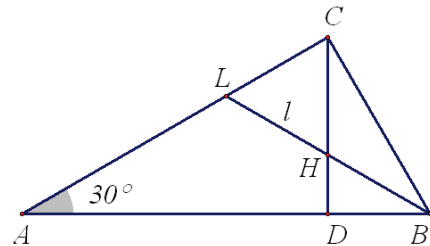
32. Ако в правоъгълен триъгълник  $ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ) е известно, че  $\sphericalangle CAB = 16^\circ$ , то острият ъгъл между височината  $CD$  ( $D \in AB$ ) и ъглополовящата  $BL$  ( $L \in AC$ ) е равен на:

- А)  $47^\circ$                       Б)  $53^\circ$                       В)  $63^\circ$                       Г)  $74^\circ$



33. Ако в правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ) е известно, че  $\sphericalangle CAB = 30^\circ$ , а дължината на ъглополовящата при върха  $B$  е  $l$ , то височината към хипотенузата на  $\triangle ABC$  е равна на:

- А)  $\frac{l}{3}$                       Б)  $\frac{2l}{3}$                       В)  $\frac{l}{4}$                       Г)  $\frac{3l}{4}$

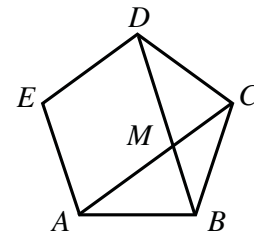


34. Обиколката на равнобедрен триъгълник е 35 см. Две от страните му се отнасят както 3 : 1. Страните на този триъгълник имат дължини:

- А) непременно 7 см, 7 см, 21 см                      Б) непременно 15 см, 15 см, 5 см  
 В) 15 см, 15 см, 5 см или 7 см, 7 см, 21 см                      Г) непременно 14 см, 14 см, 7 см

35. Даден е правилен петъгълник  $ABCDE$ . Диагоналите  $AC$  и  $BD$  на петъгълника се пресичат в точка  $M$ . Да се намери градусната мярка на  $\sphericalangle AMB$ .

- А)  $36^\circ$                       Б)  $64^\circ$                       В)  $72^\circ$                       Г)  $80^\circ$



**Верният отговор на всяка задача от 36. до 50. включително се оценява с 3 точки.**

36. От градовете  $A$  и  $B$  се движат един срещу друг два камиона съответно със скорости  $50 \text{ km/h}$  и  $60 \text{ km/h}$ . Да се намери разстоянието между  $A$  и  $B$  в километри, ако камионът от  $B$  е тръгнал  $15 \text{ min}$  след този от  $A$  и двата камиона са се срещнали в момента, когато камионът от  $A$  е изминал с  $3 \text{ km}$  повече от половината на пътя между  $A$  и  $B$ .

37. Ани имала цветна леха, имаща формата на правоъгълник с широчина  $2 \text{ m}$ . Тя разширила лехата с по  $50 \text{ cm}$  от всяка от четирите страни. Така площта на лехата се увеличила с  $60\%$ . Колко метра е била дължината на първоначалната леха?

38. Пътят между две гари  $A$  и  $B$  в началото е наклонен нагоре, след това е хоризонтален и накрая е наклонен надолу. Влак изминава разстоянието от  $A$  до  $B$  за  $2 \text{ h } 54 \text{ min}$ , като скоростта на влака по наклонената нагоре част от пътя е  $30 \text{ km/h}$ , по хоризонталната част е  $40 \text{ km/h}$ , а по наклонената надолу част е  $50 \text{ km/h}$ . Колко километра е дълга хоризонталната част от пътя, ако тя е по-дълга от наклонената нагоре част с  $10 \text{ km}$  и е с  $5 \text{ km}$  по-къса от наклонената надолу част?



39. Числата  $a$  и  $b$  са положителни и изпълняват условията  $\frac{a+1}{b} = \frac{b-1}{a}$  и  $\frac{a}{3} + \frac{b}{4} = 9$ .

На колко е равна сумата  $a+b$ ?

40. Два багера могат да изкопаят заедно канал за  $6$  часа. Ако първият багер копае сам  $2$  часа, вторият багер трябва да копае сам още  $18$  часа, за да бъде изкопан каналът. Вторият багер копал сам в продължение на  $8$  часа. Колко часа трябва да копаят двата багера заедно, за да изкопаят канала докрай?

41. В два  $100$ -литрови резервоара има разтвори на сярна киселина. В първия резервоар има  $60$  литра  $8\%$ -ен разтвор, а във втория има  $40$  литра  $17\%$ -ен разтвор. Отначало от първия резервоар преляли  $8$  литра разтвор във втория, а след това от втория преляли  $8$  литра разтвор в първия. Колко процента е концентрацията на сярна киселина в първия резервоар след преливанията?

42. Ако  $n$  е цяло положително число, то колко най-много от числата  $6n^2 + 6n + 3$ ,  $n^2 + 3n + 2$ ,  $6n^2 + 7n + 2$  и  $n^2 + 2n + 6$  могат да са прости?

А) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

43. Работник свършил  $\frac{2}{3}$  от дадена работа за  $a$  минути, след което увеличил производителността си с  $p\%$  и извършил останалата част от работата за  $b$  минути,  $0 < b < \frac{1}{2}a$ . Тогава  $p$  е със сигурност равно на:

А)  $\frac{100}{3}(a-b)$

Б)  $50\left(\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b\right)$

В)  $\frac{100}{a}\left(\frac{2a}{3} - \frac{b}{3}\right)$

Г)  $\frac{50}{b}(a-2b)$

44. Трима приятели отишли на екскурзия. Никола носел 4 сандвича, Пешо носел 7 сандвича, а Ясен не носел сандвичи (забравил ги). На обяд те си поделили сандвичите поравно. От благодарност Ясен дал на другите двама общо 11 бонбона. Колко бонбона е получил Пешо, ако те с Никола са си ги поделили справедливо?

45. Един работник трябвало да произведе определено количество детайли за определено време, като произвежда по 12 детайла на ден. След втория ден той увеличил производителността си с  $33\frac{1}{3}\%$  и така работил 2 дни. След това поради заболяване отсъствал 5 дни. Като се върнал на работа, работникът продължил да работи до края на срока с новата норма, но в крайна сметка произвел 20 детайла по-малко от планираното. Колко са произведените детайли?

46. Двама велосипедисти тръгват едновременно един срещу друг, съответно от  $A$  към  $B$  и от  $B$  към  $A$ . Те се движат с постоянни скорости и след като стигнат съответния краен пункт, се връщат обратно без да променят скоростите си. Достигайки новия краен пункт, те се връщат отново обратно без да променят скоростите си и т.н. Времето от старта до третата среща на двамата велосипедисти по маршрута от  $A$  до  $B$  е точно 1 час. Колко минути изминават от третата до четвъртата им среща, ако велосипедистите само се срещат и нито веднъж не се застигат?

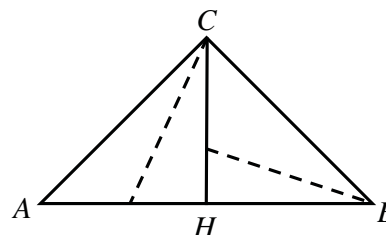
А) 24                                      Б) 20                                      В) 15                                      Г) друг отговор

47. В правоъгълна координатна система  $Oxy$  с единична отсечка 1 см са дадени точките  $A(6;0)$  и  $B(0;3)$ . За колко точки  $M$  в тази система лицата в квадратни сантиметри на триъгълниците  $AOM$ ,  $BOM$  и  $ABM$  се изразяват с прости числа?

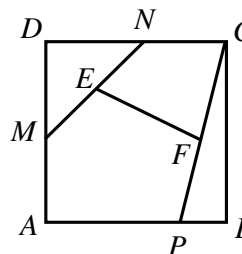
А) 0    Б) 1    В) 2    Г) повече от 2

48. На колко кв. см е равно лицето на правоъгълен триъгълник  $ABC$  с хипотенуза  $AB = 28$  см, ако ъглополовящата от върха  $C$  в триъгълника  $AHC$ , където  $CH$  ( $H \in AB$ ) е височината в  $\triangle ABC$ , е равна на ъглополовящата от върха  $B$  в триъгълника  $BHC$ ?

А) 112                      Б) 168                      В) 392                      Г) друг отговор



49. Даден е квадрат  $ABCD$  със дължина на страната 4 см. Точките  $M$  и  $N$  са средите съответно на страните  $AD$  и  $CD$ , а точка  $P \in AB$  е такава, че  $PB = 1$  см. Да се намери отношението на лицата на петъгълника  $APFEM$  и четириъгълника  $EFCN$ , където  $E$  и  $F$  са средите съответно на отсечките  $MN$  и  $PC$ .



А)  $\frac{3}{2}$                                       Б)  $\frac{19}{8}$                                       В)  $\frac{11}{5}$                                       Г)  $\frac{13}{6}$

50. Една подредба на буквите от думата ЗЪБОЛЕКАР наричаме “болезнена”, ако в нея се среща думата БОЛКА, съставена от поредни букви в този ред. Колко пъти болезнените подредби са по-малко от останалите подредби?